

Gli Indici di Concentrazione: *una misura del rischio* - puntata Nro 2

Maurizio Rosina

La prima puntata era stata dedicata alla presentazione di 5 indici di concentrazione (Herfindal, Hanna e Kay, Hall e Tidemann, Horvat, Theil), alle loro normalizzazioni nel range [0..1], ed all'aver individuato una tecnica per ricavare un valore intermedio di «riferimento» che ci consentirà una lettura/comparazione ed analisi critica dei valori degli indici di grande semplicità e facile comprensibilità. Il tutto verrà ora applicato a due casi d'uso, per ciascuno dei quali verranno presentati i valori dei vari indici, i relativi valori di «riferimento» e le considerazioni che possono essere desunte dai risultati ottenuti.

MATRICI DI DATI ED INDICI DI CONCENTRAZIONE

Prima di esporre i risultati ottenuti su più campioni di dati, occorre definire quali e quante sono le “determinazioni/unità statistiche” sulle quali il calcolo degli indici viene condotto. Un esempio chiarirà il concetto. Supponiamo che si vogliano calcolare gli indici di concentrazione rispetto ad una holding manifatturiera composta di N aziende le quali complessivamente producono M diversi prodotti. Quindi si conoscono le N aziende, gli M prodotti e le quantità (pezzi prodotti, ricavi dalla vendita, ecc) ottenute da ciascuna azienda per ciascun prodotto. Sarebbe possibile ricavare quattro set di indici [con ciascun set composto dagli indici Herfindal, Hanna e Kay ($\alpha = 1,5$ e $\alpha = 2,5$), Hall e Tideman, Horvat e Theil]. I quattro set di indici sarebbero relativi alla concentrazione:

- A. degli M prodotti in ciascuna azienda;
- B. di ciascun prodotto ottenuto nelle N aziende;
- C. degli M prodotti ottenuti dall'intera holding;
- D. dei prodotti ottenuti nelle N aziende che compongono la holding.

Quindi nel caso A le determinazioni/unità statistiche rispetto alle quali calcolare gli indici sarebbero M, e gli indici andrebbero calcolati per ciascuna delle N aziende. Nel caso B le determinazioni/unità statistiche rispetto alle quali calcolare gli indici sarebbero le N aziende, e gli indici andrebbero calcolati per ciascuno degli M prodotti. Nel caso C le determinazioni/unità statistiche rispetto alle quali calcolare gli indici sarebbero M, e gli indici andrebbero calcolati una sola volta, in quanto ciascuna delle M unità statistiche è rappresentativa della produzione di quel prodotto ottenuta dalle N

maurizio-rosina@libero.it

aziende. Ed infine nel caso D le determinazioni/unità statistiche rispetto alle quali calcolare gli indici sarebbero N, e gli indici andrebbero calcolati una sola volta, in quanto ciascuna delle N unità statistiche è rappresentativa della produzione di tutti gli M prodotti ottenuta in una delle N aziende.

Per ottenere tali quattro set di indici descrittivi delle concentrazioni individuate nei casi A, B, C e D, i dati in ingresso di ciascun esempio saranno quindi predisposti in una matrice bidimensionale (NxM) formata di N righe ed M colonne. Nell'ipotesi dell'holding manifatturiera sopra riportata, le N righe rappresentano le N aziende che compongono la holding, e le M colonne gli M prodotti che la holding complessivamente produce. All'incrocio di ciascuna riga/colonna vi sono i valori relativi alla quantità di ciascun prodotto ottenuto dalla specifica azienda.

Inoltre, in aggiunta a tale matrice NxM, verranno proposti due ulteriori vettori, rispettivamente di dimensione M e di dimensione N. Nelle celle del vettore di dimensione M verranno posti i valori ottenuti dalla somma dei valori delle varie colonne (ovvero le quantità di ciascun prodotto ottenuto dal complesso delle N aziende), e nel vettore N i valori ottenuti dalla somme delle varie righe (ovvero le somme delle quantità degli M prodotti ottenuti in ciascuna delle N aziende); tali due vettori consentiranno di calcolare gli indici di concentrazione nell'ottica della holding (ovvero gli indici C e D descritti nell'elenco precedente).

	Col 1	Col 2	Col j	Col M
Rig 1	Val (1,1)	Val (1,2)	Val (1,M)
Rig i
Riga N	Val (N,1)	Val (N,2)	Val (N,M)

Rig 1	Rig 2	Rig N
$\sum \text{Valrig1} = \text{Val}(1,1) + \dots + \text{Val} (1,M)$	$\sum \text{ValRig2} = \text{Val}(2,1) + \dots + \text{Val} (2,M)$	$\sum \text{ValrigIN} = \text{Val}(N,1) + \dots + \text{Val} (N,M)$

Col 1	Col 2	Col M
$\sum \text{ValCol1} = \text{Val}(1,1) + \dots + \text{Val} (N,1)$	$\sum \text{ValCol2} = \text{Val}(1,2) + \dots + \text{Val} (N,2)$	$\sum \text{ValColM} = \text{Val}(1,M) + \dots + \text{Val} (N,M)$

Quindi sulla base dei dati presenti nella matrice $N \times M$ e nei due vettori rispettivamente di dimensione N ed M , verranno calcolati i 5 indici delle concentrazioni:

- tra i valori di ogni riga della matrice $N \times M$ (caso A);
- tra i valori di ogni colonna della matrice $N \times M$ (caso B);
- tra i totali delle varie colonne della matrice $N \times M$, totali contenuti nel vettore di dimensione M (caso C).
- tra i totali delle varie righe della matrice $N \times M$, totali contenuti nel vettore di dimensione N (caso D);

ESEMPIO 1 – Industria composta da 9 aziende che vendono 6 prodotti

In questo primo esempio ipotizziamo di esaminare i dati di una Industria composta da $N = 9$ Aziende che producono $M = 6$ prodotti (P1 .. P6). Nell'immagine sottostante è proposto come si presenta la matrice dei dati in ingresso, con i dati che simulano le vendite dei prodotti nelle varie aziende in uno stesso periodo di tempo.

	P1	P2	P3	P4	P5	P6
Azienda 1	5066	1644	2466	7412	3564	5066
Azienda 2	3376	1644	2466	3706	3564	3376
Azienda 3	2250	1644	2466	1854	3564	2250
Azienda 4	1500	1644	2466	926	1550	1500
Azienda 5	1000	1644	2466	464	1000	1000
Azienda 6	666	1644	2466	232	666	666
Azienda 7	444	1644	0	116	444	938
Azienda 8	296	1644	0	38	296	0
Azienda 9	198	1644	0	48	148	0

Non si riportano le rappresentazioni dei due ulteriori vettori di dimensione N ed M in quanto contengono solo dati derivati (somme di valori di righe e colonne) dalla matrice $N \times M$.

Volutamente nell'esempio si sono posti i valori in modo che tutte le colonne abbiano uno stesso totale (14796), ciò comporta che vi è equidistribuzione tra i valori delle somme contenute nel vettore M . Una analoga equidistribuzione è stata posta nei valori della colonna relativa al prodotto P2. Ciò comporterà che tutti i 5 indici calcolati rispetto al vettore M dovranno proporre valore 0 (equidistribuzione) e tutti i 5 indici calcolati rispetto alla colonna P2 dovranno anch'essi proporre valore 0 (equidistribuzione).

Al di sotto la tabella che riporta i valori di concentrazione (i 5 indici) per ciascuna delle 9 aziende. Nella prima riga per ogni indice viene anche proposto il valore di riferimento e la numerosità dei prodotti (indicati come unità [statistiche]) per cui tale valore di riferimento è calcolato (nell'esempio essendo i prodotti 6, il valore di riferimento viene calcolato ipotizzando che in $\text{int}(6/2) = 3$ prodotti sia equidistribuito l'intero ammontare). I valori degli indici a cui è associata una faccina triste sono quelli che eccedono i rispettivi valori di riferimento, ovvero quelli che sono indicativi di una elevata concentrazione per quell'indice.

INDICI DI CONCENTRAZIONE DEI VALORI DI OGNI RIGA						
- concentrazione delle vendite dei prodotti in ogni singola Azienda -						
	<u>Herfindal</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,2	<u>HannaKay (1,5)</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,2	<u>HannaKay (2,5)</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,2	<u>HallTideman</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,2	<u>Theil</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,387	<u>Horvat</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,488
Azienda 1	0,0411	0,0321	0,0491	0,0674	0,0587	0,1406
Azienda 2	0,0118	0,0094	0,0138	0,0286	0,0182	0,0496
Azienda 3	0,0137	0,0101	0,0175	0,0314	0,018	0,0731
Azienda 4	0,016	0,012	0,0201	0,0332	0,0219	0,0792
Azienda 5	0,051	0,0387	0,0626	0,0713	0,068	0,1611
Azienda 6	0,1036	0,0808	0,1229	0,1178	0,1358	0,2593
Azienda 7	0,1724	0,1462	0,1942	0,1973	0,254	0,3727
Azienda 8	0,4682 ☹	0,4063 ☹	0,5116 ☹	0,4379 ☹	0,5347 ☹	0,6317 ☹
Azienda 9	0,5992 ☹	0,5263 ☹	0,6431 ☹	0,538 ☹	0,6213 ☹	0,7164 ☹

A seguire le ulteriori tabelle che illustrano i valori di concentrazione rispettivamente: per ciascun singolo prodotto; per tutti i prodotti ottenuti nelle varie Aziende della holding; e per tutti i prodotti della holding.

INDICI CONCENTRAZIONE DEI VALORI DI OGNI COLONNA - concentrazione delle vendite di ogni singolo prodotto -						
	P1	P2	P3	P4	P5	P6
<u>Herfindal</u> - Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 4 unità = 0,1563	0,1121	0	0,0625	0,2514 ⊗	0,0922	0,115
<u>Hanna-Kay(1,5)</u> - Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 4 unità = 0,1563	0,0904	0	0,0625	0,2134 ⊗	0,0779	0,0968
<u>Hanna-Kay(2,5)</u> - Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 4 unità = 0,1563	0,1295	0	0,0625	0,2797 ⊗	0,1023	0,1307
<u>Hall-Tideman</u> - Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 4 unità = 0,1563	0,124	0	0,0625	0,2543 ⊗	0,1063	0,1314
<u>Theil</u> - Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 4 unità = 0,3691	0,1874	0	0,1845	0,3754 ⊗	0,1734	0,2176
<u>Horvat</u> - Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 4 unità = 0,3993	0,306	0	0,176	0,5021 ⊗	0,2615	0,3129

INDICI CONCENTRAZIONE TOTALI DEI VALORI DI RIGA - concentrazione delle vendite dei prodotti nelle Aziende dell'intera holding -					
<u>Herfindal</u> -	<u>HannaKay (1,5)</u> -	<u>HannaKay (2,5)</u> -	<u>HallTideman</u> -	<u>Theil</u> -	<u>Horvat</u> -
Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 3 unità = 0,1562	Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 3 unità = 0,1562	Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 3 unità = 0,1562	Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 3 unità = 0,1562	Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 3 unità = 0,3691	Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 3 unità = 0,3993
0,071	0,0565	0,0832	0,0874	0,1251	0,2259

INDICI CONCENTRAZIONE TOTALI DEI VALORI DI COLONNA - concentrazione delle vendite dei prodotti per l'intera holding -					
<u>Herfindal</u> -	<u>HannaKay (1,5)</u> -	<u>HannaKay (2,5)</u> -	<u>HallTideman</u> -	<u>Theil</u> -	<u>Horvat</u> -
Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 4 unità = 0,2	Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 4 unità = 0,2	Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 4 unità = 0,2	Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 4 unità = 0,2	Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 4 unità = 0,3869	Val riferimento se Tot <u>equidistribuito</u> in 4 unità = 0,488
0	0	0	0	0	0

ANALISI DELLE TABELLE

I vari set di indicatori ci dicono che gli indici di concentrazione tra i valori di riga (vedi tabella INDICI DI CONCENTRAZIONE DEI VALORI DI OGNI RIGA) relativi alle aziende 1..7 sono generalmente buoni (tutti minori dei valori di riferimento, con la

azienda 7 che un po' arranca, in quanto presenta indici con valori pericolosamente prossimi ai rispettivi valori di «riferimento». Le prime 7 aziende presentano, quindi, valori delle vendite generalmente correttamente distribuiti tra i 6 diversi prodotti. Le aziende 8 e 9, viceversa, presentano una pericolosa concentrazione, segnalata da valori degli indici superiori a quelli di riferimento, proposti in grassetto e accoppiati a faccine tristi.

La tabella degli indici di concentrazione tra i valori presenti in ogni colonna ci conferma che per il prodotto (la colonna) P2 vi è perfetta equidistribuzione dei valori delle vendite da parte di tutte le aziende (indici tutti pari a 0), che le vendite dei prodotti P1, P3, P5 e P6 sono generalmente ben distribuite, mentre si ha un problema con il prodotto P4, che presenta una pericolosa concentrazione (valori degli indici in grassetto, accoppiati a faccine tristi).

Quanto ai totali dei valori di riga (ovvero i totali delle vendite delle 9 aziende della holding), essi presentano una buona distribuzione; ed infine per i totali delle varie colonne (ovvero le vendite totali dei 6 prodotti dell'intera holding) sapevamo già (per costruzione dell'esempio) che tali totali erano tutti uguali, quindi gli indici non potevano che segnalare equidistribuzione tra tali valori (ovvero tutti indici con valore 0).

Il management della holding, alla luce di tali risultati, dovrebbe quindi analizzare il perché delle diseguali performance di vendite dei prodotti nelle aziende 8 e 9, ed inoltre individuare le ragioni della pericolosa disomogenea capacità di vendita delle aziende in merito al prodotto P4, indizio che in tale prodotto si annida un «rischio», in quanto le varie aziende vi ottengono vendite (pericolosamente) assai poco uguali.

ESEMPIO 2 – Industria composta da più aziende, distinte per classi di addetti, che vendono 6 prodotti

In questo secondo esempio supponiamo che una holding sia composta da più aziende, distinte sulla base della numerosità degli addetti. Rispetto alle numerosità di addetti la holding distingue le aziende in cinque classi: quelle che hanno fino a 49 addetti, da 50 a 99 addetti, da 100 a 199, da 200 a 499, e oltre i 499 addetti. Tutte le aziende che ricadono in una delle classi precedenti presentano (in media) gli stessi valori delle voci di spesa. La holding vuole analizzare se vi siano condizioni di «concentrazione» delle spese.

Al di sotto è proposto come si presenta la matrice dei dati in ingresso, con i dati che simulano i valori delle varie voci di spesa per le varie classi di aziende.

	Esempio di imprese classificate per numero di addetti i dati simulano i valori delle voci di spesa				
	Fino a 49 addetti	50-99 addetti	100-199 addetti	200-499 addetti	500 e oltre
Spese di personale	120958	156488	295993	562360	3679189
Acquisto beni e servizi	59649	62500	204576	309377	2854996
Totale spese correnti	180607	218988	500569	871737	6534185
Spese in conto capitale	22287	32096	62384	106740	676457
Spese interne	202894	251084	562953	978477	7210642
Spese esterne	36065	22127	44093	95447	13245

A seguire le tabelle che illustrano i valori degli indici di concentrazione per ciascuna singola voce di spesa; per le spese di ciascuna classe di aziende; rispetto alle somme di spesa tra le classi (somme dei valori di colonna) e rispetto alle somme di spesa tra le voci (somme dei valori di riga).

INDICI DI CONCENTRAZIONE DEI VALORI DI OGNI RIGA - concentrazione dei valori delle voci di spesa in tutte le classi di Aziende -						
	<u>Herfindal</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 2 unità = 0,375	HannaKay(1,5) - Val riferimento se Tot equidistribuito in 2 unità = 0,375	HannaKay(2,5) - Val riferimento se Tot equidistribuito in 2 unità = 0,375	<u>HallTideman</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 2 unità = 0,375	<u>Theil</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 2 unità = 0,5693	<u>Horvat</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 2 unità = 0,7559
Spese di personale	0,5037 ⊕	0,4215 ⊕	0,5544 ⊕	0,4165 ⊕	0,4832	0,6103
Acquisto beni e servizi	0,6009 ⊕	0,5198 ⊕	0,6472 ⊕	0,5049 ⊕	0,5731 ⊕	0,6888
Totale spese correnti	0,5433 ⊕	0,4607 ⊕	0,5927 ⊕	0,451 ⊕	0,5193	0,6424
Spese in conto capitale	0,4822 ⊕	0,4005 ⊕	0,5335 ⊕	0,3988 ⊕	0,4638	0,592
Spese interne	0,5372 ⊕	0,4545 ⊕	0,5868 ⊕	0,4456 ⊕	0,5136	0,6373
Spese esterne	0,7033 ⊕	0,6271 ⊕	0,7424 ⊕	0,5835 ⊕	0,6598 ⊕	0,7674 ⊕

INDICI CONCENTRAZIONE DEI VALORI DI OGNI COLONNA					
- concentrazione delle spese per ciascuna classe di Azienda -					
	Fino a 49 addetti	50-99 addetti	100-199 addetti	200-499 addetti	500 e oltre
<u>Herfindal</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,2	0,0904	0,1061	0,1022	0,1017	0,0867
<u>Hanna-Kay(1,5)</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,2	0,0747	0,0897	0,0865	0,0857	0,0715
<u>Hanna-Kay(2,5)</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,2	0,1025	0,1179	0,1141	0,1136	0,0986
<u>Hall-Tideman</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,2	0,1196	0,1353	0,1328	0,1316	0,1162
<u>Theil</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,3869	0,134	0,1611	0,1572	0,1548	0,1297
<u>Horvat</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,488	0,2476	0,2813	0,2728	0,2719	0,2395

INDICI CONCENTRAZIONE TOTALI DEI VALORI DI RIGA					
- concentrazione rispetto alle somme delle varie voci di spesa di tutte le classi -					
<u>Herfindal</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 2 unità = 0,2	<u>HannaKay(1,5)</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 2 unità = 0,2	<u>HannaKay(2,5)</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 2 unità = 0,2	<u>Hall-Tideman</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 2 unità = 0,2	<u>Theil</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 2 unità = 0,3869	<u>Horvat</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 2 unità = 0,488
0,0893	0,0738	0,1013	0,119	0,1335	0,245

INDICI CONCENTRAZIONE TOTALI DEI VALORI DI COLONNA					
- concentrazione rispetto alle somme di tutte le voci di spesa di tutte le classi-					
<u>Herfindal</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,375	<u>HannaKay(1,5)</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,375	<u>HannaKay(2,5)</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,375	<u>Hall-Tideman</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,375	<u>Theil</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,5693	<u>Horvat</u> - Val riferimento se Tot equidistribuito in 3 unità = 0,7559
0,5473 ⊕	0,4644 ⊕	0,5966 ⊕	0,4531 ⊕	0,5222	0,6453

ANALISI DELLE TABELLE

L'analisi delle tabelle immediatamente evidenzia che per *ciascuna voce di spesa* la maggioranza degli indici riscontra una elevata concentrazione in un piccolo numero di classi di azienda (vedi tabella INDICI DI CONCENTRAZIONE TRA I VALORI DI OGNI RIGA), ovvero poche classi di azienda spendono gran parte dell'ammontare complessivo per quella voce di spesa. Vista la differenza tra le varie classi di azienda tale concentrazione potrebbe essere congruente per voci di spesa "incomprimibili" (in quanto, ad es., aziende con più addetti spendono ovviamente di più per il personale che quelle con pochi addetti); ma tale risultato dovrebbe però spronare la holding a verificare innanzitutto la effettiva congruenza di tale concentrazione anche per le voci di spesa potenzialmente "comprimibili" (ovvero se l'aumento delle spese in tali voci è pienamente congruente con l'effettivo incremento del numero degli addetti), e successivamente spingere a verificare se siano state messe in opera sulle voci di spesa 'comprimibili' tutte le azioni aziendali/industriali in grado di determinare 'economie di scala' al crescere delle dimensioni delle aziende.

Altro risultato interessante è quello fornito dalla ultima delle tabelle sopra riportate (vedi tabella INDICI DI CONCENTRAZIONE TOTALI VALORI DI COLONNA), infatti le colonne della matrice dei dati in ingresso rappresentano le classi delle aziende (distinte in base al numero di addetti), e la somma dei valori di ogni colonna quindi rappresenta quanto le *varie voci di spesa* incidono su ciascuna classe. L'analisi evidenzia che - per la maggioranza degli indici - le spese appaiono effettivamente un po' troppo concentrate in specifiche classi di aziende. In merito a tale risultato si possono fare esattamente le stesse considerazioni del caso precedente, ma questa volta riferite non alle varie voci, ma alle varie classi di azienda. Innanzitutto la holding dovrebbe verificare la effettiva congruenza di tale concentrazione (ovvero se l'aumento delle spese è congruente con l'effettivo incremento del numero degli addetti) e successivamente verificare se siano state messe in opera sulle voci di spesa 'comprimibili' tutte le azioni aziendali/industriali in grado di determinare 'economie di scala' al crescere delle dimensioni delle aziende, ciò che dovrebbe portare ad una minore incidenza quantitativa delle spese, rispetto al dato corrente analizzato, nelle aziende di maggiori dimensioni.

CONCLUSIONI

Gli Indici di Concentrazione sono un potente strumento teorico/metodologico che trova una delle applicazioni pratiche più feconde nella «misura del rischio».

Quanto illustrato dimostra che a partire da una matrice di specifici dati in ingresso è possibile fornire una analisi della concentrazione, e quindi del rischio, quanto più completa possibile, sulla base di più indici di concentrazione [Herfindal, Hanna-Kay

($\alpha = 1,5$ e $\alpha = 2,5$), Hall-Tideman, Horvat e Theil], tutti operanti nel range [0..1]. La tecnica del valore intermedio di «riferimento» inoltre permette una lettura/comparazione ed analisi critica dei valori degli indici di grande semplicità e facile comprensibilità.

Innumerevoli sono gli ambiti e le problematiche in cui tali «misure» di concentrazione possono essere di interesse e pratico utilizzo, dalle più ovvie, quali analisi su concentrazioni di fatturato, numero di addetti, produzione per classi ATECO, ecc, sino alle meno scontate, quali ad esempio analisi su concentrazioni di obbligazioni di Stato, o su specifiche classi di atti amministrativi; analisi quest'ultima che potrebbe evidenziare, qualora sussistessero, anomale concentrazioni di atti in giacenza da evadere.